



2013年薬学部第3問

3 4点  $O(0, 0)$ ,  $A(5, 0)$ ,  $B(5, 4)$ ,  $C(0, 4)$  を頂点とする長方形  $OABC$  の辺  $AB$ ,  $BC$  上にそれぞれ点  $P(5, m)$ ,  $Q(n, 4)$  がある. また,  $\angle POQ = 45^\circ$ ,  $\angle AOP = \theta$  とする.

(1)  $\tan \theta$  を  $m$  で表すと  $\tan \theta = \frac{m}{\boxed{\text{ア}}}$  である.  $\tan(\theta + 45^\circ)$  を  $n$  で表すと  $\tan(\theta + 45^\circ) = \frac{\boxed{\text{イ}}}{n}$  である.

(2) (1)の結果を利用して,  $m$  を  $n$  で表すと,  $m = \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{n+4} - \boxed{\text{オ}}$  である. また,  $n$  の値の範囲は  $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \leq n \leq \boxed{\text{ク}}$  である.

(3)  $\triangle OPQ$  の面積を  $S$  とするとき,  $S$  を  $n$  で表すと

$$\begin{aligned} S &= \boxed{\text{ケコ}} - \frac{\boxed{\text{サシ}}n}{n+4} + \frac{\boxed{\text{ス}}}{2}n \\ &= \frac{\boxed{\text{セ}}}{2}(n+4) - \frac{\boxed{\text{ソタ}}(n+4) - \boxed{\text{チツ}}}{n+4} \\ &= \frac{\boxed{\text{セ}}}{2}(n+4) + \frac{\boxed{\text{チツ}}}{n+4} - \boxed{\text{ソタ}} \text{ となる.} \end{aligned}$$

したがって,  $S$  の最小値は  $\boxed{\text{テト}}(\sqrt{\boxed{\text{ナ}}} - 1)$  となり, そのとき,  $n = \boxed{\text{ニ}}(\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}} - 1)$  である.