



2010年 理工学部 第2問

2 座標平面上で、直線 $l: y = mx$ に関する対称移動によって、点 $P(x, y)$ が点 $Q(x', y')$ に移ったとする。ただし、 m は 0 でない定数とし、点 P は l 上にないとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 線分 PQ の中点が l 上にあることと、線分 PQ が l と垂直に交わっていることを利用して

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{1}{1+m^2} \begin{pmatrix} 1-m^2 & 2m \\ 2m & m^2-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

が成り立つことを示せ。

(2) 直線 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$, $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x$ に関する対称移動を表す 1 次変換をそれぞれ f , g とする。このとき、合成変換 $g \circ f$ および $f \circ g$ を表す行列を求めよ。

(3) (2) で求めた 2 つの行列は、原点 O を中心とし、角 θ だけ回転する 1 次変換を表す行列である。それぞれの θ を求めよ。