



2010年工学部・生命環境（生命工）第6問

6 行列  $A = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$  と点  $O(0, 0)$ , 点  $X_0(1, 0)$  がある. 行列  $A$  で表される移動によって点  $X_0$  は点  $X_1$  へ移り, 行列  $A^2$  で表される移動によって点  $X_0$  は点  $X_2$  へ移るものとする. 以下同様に正の整数  $n$  について, 行列  $A^n$  で表される移動によって点  $X_0$  は点  $X_n$  へ移るものとする.

- (1) 行列  $A$  は,  $\alpha > 0$  と  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  を使って  $A = \alpha \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$  と変形できる.  $\alpha$  と  $\theta$  の値を求めよ.
- (2)  $\triangle OX_0X_1$  の面積  $S_1$  を求めよ.
- (3) 四角形  $OX_0X_1X_2$  の面積  $S_2$  を求めよ.
- (4)  $1 \leq n < 12$  とする. 線分  $OX_0, X_0X_1, \dots, X_{n-1}X_n, X_nO$  で囲まれる部分の面積  $S_n$  を  $n$  を使って表せ.