



2014年 理学部 第3問

3 次の文中の ア<sup>1</sup> ~ フ<sup>1</sup> にあてはまる最も適切な数を答えなさい。

曲線  $C$  を  $y = x^2 - 6x + 13$  とし、曲線  $C$  の接線で点  $(p, 0)$  を通るものを考える。接点の  $x$  座標を  $\alpha$  とすると、接線の傾きは ア<sup>2</sup>  $\alpha +$  イ<sup>2</sup>、接点の座標は  $(\alpha, \text{ ウ<sup>2</sup> } \alpha^2 + \text{ エ<sup>2</sup> } \alpha + \text{ オ<sup>2</sup> } \text{ カ<sup>2</sup> })$  であるから、接線の方程式は、

$$y = (\text{ ア<sup>3</sup> } \alpha + \text{ イ<sup>3</sup> })x + \text{ キ<sup>3</sup> } \alpha^2 + \text{ ク<sup>3</sup> } \alpha + \text{ ケ<sup>3</sup> } \text{ コ<sup>3</sup> }$$

と表される。この直線が点  $(p, 0)$  を通ることから  $\alpha$  は次の2次方程式

$$\alpha^2 + \text{ サ<sup>4</sup> } p\alpha + \text{ シ<sup>4</sup> } p + \text{ ス<sup>4</sup> } \text{ セ<sup>4</sup> } = 0$$

を満たす。この方程式は2つの解を持つから接線は2本存在し、傾きが正である接線の方程式は、

$$y = \text{ ソ<sup>5</sup> } \left( p + \text{ タ<sup>5</sup> } + \sqrt{p^2 + \text{ チ<sup>5</sup> } p + \text{ ツ<sup>5</sup> } \text{ テ<sup>5</sup> } \right) (x + \text{ ト<sup>5</sup> } p)$$

と表される。

任意の  $x$  における曲線  $C$  の  $y$  座標と接線の  $y$  座標の差は、両者が  $x = \alpha$  で接しているので、

$$(x - \alpha)^2$$

と書ける。これを用いると、曲線  $C$  と2本の接線で囲まれた部分の面積  $S$  は、

$$S = \frac{\text{ ナ<sup>6</sup> } \text{ ニ<sup>6</sup> }}{(p^2 + \text{ チ<sup>6</sup> } p + \text{ ツ<sup>6</sup> } \text{ テ<sup>6</sup> })} \frac{\text{ ヌ<sup>6</sup> } \text{ ネ<sup>6</sup> }}{\text{ フ<sup>6</sup> }}$$

である。 $p$  を変化させるとき、 $S$  は  $p = \text{ ノ<sup>7</sup> }$  で最小値  $\frac{\text{ ハ<sup>7</sup> } \text{ ヒ<sup>7</sup> }}{\text{ フ<sup>7</sup> }}$  をとる。