

2014年医学部第1問



1 さいころを n 回 ($n \geq 1$) 投げて、出た目の最小公倍数を l とするとき、次の確率を求めよ。

(1) 2と3の少なくとも一方が一度も出ない確率

(2) l が素数となる確率

(3) l が出た目の一つに等しい確率

(3)のつぎ. (i) ~ (vi)より

$$\frac{1 + (2^n - 1) \cdot 3 + 3^n - 2^n + 4^n - 3^n}{6^n}$$

$$= \frac{4^n + 2^{n+1} - 2}{6^n} //$$

(1) 2が出ない確率, 3が出ない確率はともに $(\frac{5}{6})^n$

2, 3がともに出ない確率は $(\frac{4}{6})^n$

\therefore 少なくとも一方が一度も出ない確率は $(\frac{5}{6})^n \cdot 2 - (\frac{4}{6})^n$

$$= \frac{2 \cdot 5^n - 4^n}{6^n} //$$

(2) (i) 1と2のみが出る時. (両方必ず出る時)

$$(\frac{2}{6})^n - 2 \cdot (\frac{1}{6})^n = \frac{2^n - 2}{6^n}$$

同様に1と3のみ, 1と5のみが出る確率も

(ii) 2のみが出る時.

$$(\frac{1}{6})^n$$

同様に3のみ, 5のみの確率も $(\frac{1}{6})^n$

$$(i), (ii)より. l: 素数となるのは. $3 \cdot \frac{2^n - 2}{6^n} + 3 \cdot (\frac{1}{6})^n = \frac{3 \cdot (2^n - 1)}{6^n} //$$$

(3) $1 \leq l \leq 6$ であるから.

(i) $l=1$ で出た目の一つに等しい場合.

$$(\frac{1}{6})^n$$

(ii) $l=2$ で出た目の一つに等しい場合

$$(\frac{2}{6})^n - (\frac{1}{6})^n = \frac{2^n - 1}{6^n}$$

(iii) $l=3$ で出た目の一つに等しい場合

$$(ii)と同様に \frac{2^n - 1}{6^n}$$

(iv) $l=4$ で出た目の一つに等しい場合.

1, 2, 4の目のみで4は必ず出る.

$$(\frac{3}{6})^n - (\frac{2}{6})^n$$

(v) $l=5$ で, "

(ii)と同じ

(vi) $l=6$ で "

1, 2, 3, 6の目のみで,

6が必ず出る.

$$(\frac{4}{6})^n - (\frac{3}{6})^n$$