

2011年 経済学部 第1問

 数理
石井K

 1 2次関数 $f(x) = -x^2 + 2ax + \frac{1}{2}$ について、以下の問に答えよ。ただし、 $a \geq 0$ とする。

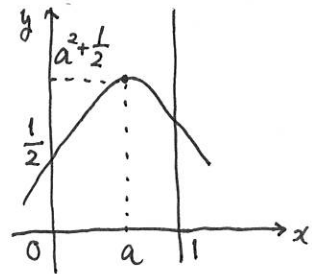
- (1) 放物線 $y = f(x)$ の頂点の座標を a の式で表せ。
 (2) 定義域 $0 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最大値を a の式で表せ。

$$\begin{aligned} (1) \quad f(x) &= -(x^2 - 2ax) + \frac{1}{2} \\ &= -(x-a)^2 + a^2 + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

\therefore 頂点の座標は $(a, a^2 + \frac{1}{2})$ //

(2) (i) $0 \leq a \leq 1$ のとき。

頂点は $0 \leq x \leq 1$ に含まれ、グラフは右のようになる。

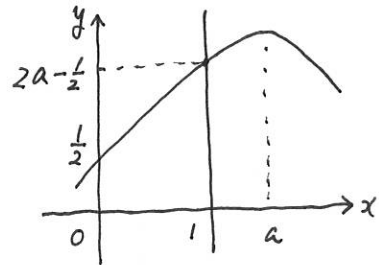


よって $f(x)$ の最大値は $a^2 + \frac{1}{2}$ ($x = a$ のとき)

(ii) $a > 1$ のとき。

グラフは右のようになる

よって $f(x)$ の最大値は



$$f(1) = 2a - \frac{1}{2} \quad (x = 1 \text{ のとき})$$

(i), (ii) より。

$$f(x) \text{ の最大値は } \begin{cases} a^2 + \frac{1}{2} & (x = a \text{ のとき}) \quad (0 \leq a \leq 1) \\ 2a - \frac{1}{2} & (x = 1 \text{ のとき}) \quad (a > 1) \end{cases}$$

—— //