

2014年 経済・経営 第4問

4 2つの数列  $\{x_n\}$ ,  $\{y_n\}$  を,  $x_1 = 1$ ,  $y_1 = 0$ , かつ, 各自然数  $n$  に対して,

$$x_{n+1} = x_n - y_n, \quad y_{n+1} = x_n + y_n$$

として定める. 次の問に答えなさい.

- (1) 各自然数  $n$  に対して,  $x_n^2 + y_n^2 = 2^{n-1}$  が成り立つことを示しなさい.
- (2) 各自然数  $n$  に対して,  $x_{n+1}x_n + y_{n+1}y_n$  および  $x_{n+2}x_n + y_{n+2}y_n$  の値を求めなさい.
- (3) 各自然数  $n$  に対して,  $xy$  平面上に点  $P_n(x_n, y_n)$  をとる. このとき,  $\angle P_{n+1}OP_n$  と  $\angle P_{n+2}OP_n$  の大きさを求めなさい. ただし, 点  $O$  は  $xy$  平面の原点である.
- (4) 一般項  $x_n$ ,  $y_n$  を各々求めなさい.