岩手大学

2015年 農学部 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ $a_3=4$, $a_8=3$ である等差数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えよ．

(1) a_1 および a_{99} を求めよ．

(2) 99個の項 a_1, a_2, $\cdots$, a_{99} のうち，整数となるものの個数を求めよ．

(3) 99個の項 a_1, a_2, $\cdots$, a_{99} のうち，整数でないものすべての和を求めよ．

(1) a_n：等差数列より，初項を a，公差を d とおくと $a_n = a+(n-1)d$ と表せる

$\therefore a_3 = a+2d = 4 \cdots$ ①, $a_8 = a+7d = 3 \cdots$ ②

② − ① より，$5d=-1$ $\therefore d = -\frac{1}{5}$ このとき ① より，$a=\frac{22}{5}$

$\therefore \underline{a_1 = a = \frac{22}{5}}$ //　$a_{99} = a+98d = \frac{22-98}{5} = \underline{-\frac{76}{5}}$ //

(2) (1) より，$a_n = \frac{22}{5} - \frac{1}{5}(n-1)$

$= 4 - \frac{n-3}{5}$

$\therefore a_n$：整数 $\Longleftrightarrow$ n が5で割って3余る（$5k+3$ の形）

$\therefore$ 整数となるのは，$n = 5\cdot0+3,\ 5\cdot1+3,\ 5\cdot2+3,\ \cdots,\ 5\cdot19+3$ の $\underline{20個}$ //

(3) 求める和を S とおくと，

$$S = \underbrace{a_1+a_2+\cdots+a_{99}}_{すべての和} - (\underbrace{a_3+a_8+\cdots+a_{98}}_{整数となるものの和})$$

$$= \sum_{k=1}^{99}\left(\frac{23}{5}-\frac{1}{5}k\right) - \left(4+3+2+\cdots+(-15)\right)$$

$$= \frac{23}{5}\cdot 99 - \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2}\cdot 99\cdot 100 - \underbrace{\frac{20}{2}\{4+(-15)\}}$$

$$= \frac{2277}{5} - 990 + 110$$

等差数列の和 $= \frac{項数}{2} \times$ (初項 + 末項)

$$= \underline{-\frac{2123}{5}}\ //$$