

2011年 第3問

3 初項が  $a$  で公比が  $r$  の等比数列を  $\{a_n\}$  とし、初項が  $b$  で公比が  $s$  の等比数列を  $\{b_n\}$  とする。数列  $\{x_n\}$  を

$$x_n = a_n + b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定義するとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $x_1x_3 - x_2^2$  と  $x_2x_4 - x_3^2$  をそれぞれ  $a, b, r, s$  の式で表し、因数分解せよ。
- (2)  $x_1x_4 - x_2x_3$  を  $a, b, r, s$  の式で表し、因数分解せよ。

以下では、 $r < s$  とし、数列  $\{x_n\}$  のはじめの4つの項が

$$x_1 = 4, \quad x_2 = 7, \quad x_3 = 11, \quad x_4 = 13$$

となる場合を考える。

- (3)  $a, b, r, s$  の値を求め、数列  $\{x_n\}$  の一般項を求めよ。
- (4) 数列  $\{x_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  を求めよ。
- (5) 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{S_n}$  を求めよ。