北里大学

2013年 理学部 第2問

$\boxed{2}$ 次の文中の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ホ}$ にあてはまる最も適切な数を答えなさい．

放物線 $y=-x^2+1$ を C_1，また $y=(x-t)^2+kt+1$ を C_2 とする．ここで $k>0$ とし，t は任意の実数値をとるものとする．t の値が変化するに従い，C_2 の頂点の軌跡はある直線になる．この直線を L とする．

(1) $k=1$ の場合を考える．このとき，直線 L の方程式は，$y=\boxed{ア}x+\boxed{イ}$ である．また C_1 および L によって囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である．

(2) $k=\dfrac{1}{2}$ の場合を考える．C_1 と C_2 がただ1つの点で接する場合，接点の座標は

$$(x,\ y)=(\boxed{オ},\ \boxed{カ})$$

および

$$(x,\ y)=\left(\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}},\ \frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}\right)$$

である．

C_1 と C_2 が2つの共有点をもつのは，$\boxed{サ}<t<\boxed{シ}$ のときである．このとき，それらの x 座標を α，β $(\alpha<\beta)$ とすれば，

$$\alpha+\beta=\boxed{ス}t+\boxed{セ},\quad \alpha\beta=\frac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}t^2+\frac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}t+\boxed{テ}$$

である．また，C_1 と C_2 によって囲まれた部分の面積 $S(t)$ は，

$$S(t)=\frac{1}{\boxed{ト}}(\boxed{ナ}t^2+\boxed{ニ}t+\boxed{ヌ})^p,\quad ただし\ p=\frac{\boxed{ネ}}{\boxed{ノ}}$$

である．この面積は $t=\dfrac{\boxed{ハ}}{\boxed{ヒ}}$ のとき最大値 $\dfrac{\boxed{フ}}{\boxed{ヘ}\boxed{ホ}}$ をとる．