



## 2013年理学部第2問

2 次の文中の  ~  にあてはまる最も適切な数を答えなさい。

放物線  $y = -x^2 + 1$  を  $C_1$ 、また  $y = (x-t)^2 + kt + 1$  を  $C_2$  とする。ここで  $k > 0$  とし、 $t$  は任意の実数値をとるものとする。 $t$  の値が変化するに従い、 $C_2$  の頂点の軌跡はある直線になる。この直線を  $L$  とする。

(1)  $k = 1$  の場合を考える。このとき、直線  $L$  の方程式は、 $y = \text{ア}x + \text{イ}$  である。また  $C_1$  および  $L$  によって囲まれた部分の面積は  $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$  である。

(2)  $k = \frac{1}{2}$  の場合を考える。 $C_1$  と  $C_2$  がただ1つの点で接する場合、接点の座標は

$$(x, y) = (\text{オ}, \text{カ})$$

および

$$(x, y) = \left( \frac{\text{キ}}{\text{ク}}, \frac{\text{ケ}}{\text{コ}} \right)$$

である。

$C_1$  と  $C_2$  が2つの共有点をもつのは、 $\text{サ} < t < \text{シ}$  のときである。このとき、それらの  $x$  座標を  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ ) とすれば、

$$\alpha + \beta = \text{ス}t + \text{セ}, \quad \alpha\beta = \frac{\text{ソ}}{\text{タ}}t^2 + \frac{\text{チ}}{\text{ツ}}t + \text{テ}$$

である。また、 $C_1$  と  $C_2$  によって囲まれた部分の面積  $S(t)$  は、

$$S(t) = \frac{1}{\text{ト}} (\text{ナ}t^2 + \text{ニ}t + \text{ヌ})^p, \quad \text{ただし } p = \frac{\text{ネ}}{\text{ノ}}$$

である。この面積は  $t = \frac{\text{ハ}}{\text{ヒ}}$  のとき最大値  $\frac{\text{フ}}{\text{ヘ} \text{ホ}}$  をとる。