

2013年人間科学学部(文系)第3問

3 1辺の長さが1の正方形 ABCD において、図のように  $AW = BX = CY = DZ$  となる点 W, X, Y, Z をとる. 四角形 WXYZ に内接する円を  $C_0$  とし,  $\triangle AWZ$ ,  $\triangle BXW$ ,  $\triangle CYX$ ,  $\triangle DZY$  に内接する円をそれぞれ  $C_1, C_2, C_3, C_4$  とする.  $AW = x$ ,  $ZW = a$  とおくと

$$a^2 = \boxed{\text{セ}} x^2 + \boxed{\text{ソ}} x + 1 \quad (0 < x < 1)$$

となる. 円  $C_0, C_1, C_2, C_3, C_4$  の面積の総和を  $S$  とすると

$$S = \frac{\pi}{4} (\boxed{\text{タ}} a^2 + \boxed{\text{チ}} a + \boxed{\text{ツ}})$$

となり,  $a = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{テ}}}$  のとき,  $S$  は最小値  $\frac{\pi}{\boxed{\text{ナ}}}$  をとる.

