

2017年 医学部 第5問

5 以下の文章の空欄に適切な数、式または数学記号を入れて文章を完成させよ。

4人のプレイヤーによるトーナメントを行う。プレイヤー A, B, C, Dは自分の名前の書かれた玉をそれぞれ a, b, c, d 個持っている。ただし, a, b, c, d は正の整数である。トーナメントは次のようにして行う。

トーナメントルール：まず4人を2人ずつの2組に分け、それぞれの組で予選試合を1試合ずつ行う。予選2試合それぞれの勝者が決勝に進み、決勝1試合の勝者をトーナメントの優勝者とする。

試合は次のルールに従って行う。

試合ルール：対戦する2人の持つ玉すべてを1つの袋に入れよくかきまぜた後、袋から玉を1つ取り出す。取り出した玉に名前が書かれているプレイヤーをその試合の勝者とする。試合の終了後は、試合で使った玉を対戦したプレイヤーそれぞれに返却する。

(1) Aが予選でBと対戦する場合、Aがトーナメントで優勝する確率は

$$\frac{a^2}{(a+b)(a+c)(a+d)} (a + \boxed{\text{ア}})$$

である。同様に、Aが予選でCと対戦する場合や、Dと対戦する場合にAがトーナメントで優勝する確率も求まる。

(2) 次に、予選でのAの対戦相手を次のように決めることとする。B, C, Dの持つ玉すべてを1つの袋に入れてよくかきまぜた後、袋から玉を1つ取り出す。袋から取り出した玉に名前が書かれたプレイヤーとAが予選で対戦する。なお対戦相手決定後は、対戦相手決定のために使った玉をB, C, Dそれぞれに返却する。予選でAがBと対戦する確率は $\boxed{\text{イ}}$ である。同様に、予選でAがCと対戦する確率や、Dと対戦する確率も求まる。よって、Aがこのトーナメントで優勝する確率は

$$\frac{a^2}{(a+b)(a+c)(a+d)} \left(a + \boxed{\text{ウ}} \left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+d} + \frac{1}{d+b} \right) \right)$$

である。