

2012年 医学部 第1問

1 正の奇数  $p$  に対して、3つの自然数の組  $(x, y, z)$  で、 $x^2 + 4yz = p$  を満たすもの全体の集合を  $S$  とおく。すなわち、

$$S = \{(x, y, z) \mid x, y, z \text{ は自然数, } x^2 + 4yz = p\}$$

次の問いに答えよ。

- (1)  $S$  が空集合でないための必要十分条件は、 $p = 4k + 1$  ( $k$  は自然数) と書けることであることを示せ。
- (2)  $S$  の要素の個数が奇数ならば  $S$  の要素  $(x, y, z)$  で  $y = z$  となるものが存在することを示せ。