



2018年理系第2問

2  $k$  を 2 以上の整数とする。また

$$f(x) = \frac{1}{k} \left( (k-1)x + \frac{1}{x^{k-1}} \right)$$

とおく。以下の問に答えよ。

- (1)  $x > 0$  において、関数  $y = f(x)$  の増減と漸近線を調べてグラフの概形をかけ。
- (2) 数列  $\{x_n\}$  が  $x_1 > 1$ ,  $x_{n+1} = f(x_n)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) を満たすとき、 $x_n > 1$  を示せ。
- (3) (2) の数列  $\{x_n\}$  に対し、

$$x_{n+1} - 1 < \frac{k-1}{k}(x_n - 1)$$

を示せ。また  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  を求めよ。