

2018年第3問

3 曲線  $C: y = \sqrt{x-1}$  上に点  $P(t, \sqrt{t-1})$  をとる。ただし、 $t > 1$  とする。点  $P$  における  $C$  の接線を  $l$  とし、 $l$  と  $x$  軸の交点を  $Q$  とする。また、点  $P$  における  $C$  の法線を  $m$  とし、 $m$  と  $x$  軸の交点を  $R$  とする。次の問いに答えよ。

- (1) 直線  $l$ ,  $m$  の方程式および点  $Q$ ,  $R$  の座標を求めよ。
- (2) 曲線  $C$ , 直線  $l$  および  $x$  軸によって囲まれた領域の面積を  $S_1$  とし、曲線  $C$ , 直線  $m$  および  $x$  軸によって囲まれた領域の面積を  $S_2$  とする。
  - (i)  $S_1 : S_2 = 1 : 3$  であるとき、 $t$  の値を求めよ。
  - (ii)  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{S_1}{S_2}$  を求めよ。