



2017年 理学部 第1問

1 次の問いに答えよ.

(1)  $n$  を自然数とする. 三角関数の加法定理を用いて, 等式

$$\cos(n+2)\theta + \cos n\theta = 2\cos\theta \cos(n+1)\theta$$

を導け.

(2)  $\cos 2\theta = T_2(\cos \theta)$ ,  $\cos 3\theta = T_3(\cos \theta)$  を満たす整式  $T_2(x)$ ,  $T_3(x)$  をそれぞれ求めよ.

(3) 自然数  $n$  に対し,  $\cos n\theta = T_n(\cos \theta)$  を満たす整数係数の  $n$  次の整式  $T_n(x)$  が存在することを示せ.

(4) 自然数  $k$  に対し,  $\cos \frac{\pi}{4k}$  は無理数であることを示せ. ただし,  $\sqrt{2}$  が無理数であることは証明なしに用いてよい.