



2018年理系第5問

5 座標空間において、 $O$ を原点とし、 $A(2, 0, 0)$ 、 $B(0, 2, 0)$ 、 $C(1, 1, 0)$ とする。△ $OAB$ を直線 $OC$ の周りに1回転してできる回転体を $L$ とする。以下の問に答えよ。

(1) 直線 $OC$ 上にない点 $P(x, y, z)$ から直線 $OC$ におろした垂線を $PH$ とする。 $\vec{OH}$ と $\vec{HP}$ を $x, y, z$ の式で表せ。

(2) 点 $P(x, y, z)$ が $L$ の点であるための条件は

$$z^2 \leq 2xy \quad \text{かつ} \quad 0 \leq x + y \leq 2$$

であることを示せ。

(3)  $1 \leq a \leq 2$ とする。 $L$ を平面 $x = a$ で切った切り口の面積 $S(a)$ を求めよ。

(4) 立体 $\{(x, y, z) \mid (x, y, z) \in L, 1 \leq x \leq 2\}$ の体積を求めよ。