

2012年工・情報・環境学部(A)第2問

 数理
石井K

 2 放物線 $y = x^2 + 2ax + 4a + 12$ について、次の問いに答えよ。ただし、 a は定数とする。

- (1) 放物線の頂点の座標を a で表せ。
 (2) 放物線と x 軸が接するとき、 a の値とその接点の座標を求めよ。
 (3) 放物線と x 軸の負の部分に共有点をもつとき、 a の値の範囲を求めよ。

$$(1) y = (x+a)^2 - a^2 + 4a + 12 \quad \therefore \text{頂点}は (-a, -a^2 + 4a + 12)$$

(2) $x^2 + 2ax + 4a + 12 = 0$ の判別式を D とおくと、

$$\begin{aligned} D/4 &= a^2 - (4a + 12) \\ &= a^2 - 4a - 12 \\ &= (a-6)(a+2) \end{aligned}$$

$$\therefore D=0 \text{ より } a=6, -2$$

$$\therefore a=6 \text{ のとき } (-6, 0), a=-2 \text{ のとき } (2, 0)$$

(3) x 軸と共有点をもつのは (2) より、 $D \geq 0$ すなわち $a \geq 6, a \leq -2$ のとき、...①

2つの共有点があるときに x 座標が 0 以上となるのは

$$f(x) = x^2 + 2ax + 4a + 12 \text{ とおくと}$$

$$\text{条件} = -a \geq 0 \text{ かつ } f(0) = 4a + 12 \geq 0$$

$$\therefore -3 \leq a \leq 0 \dots \text{②}$$

①のうち②以外のものは、

$$\underline{a \geq 6, a < -3}$$

