



2011年 第5問

5 座標平面上の直線  $y = mx$  ( $m > 0$ ) を  $l$  とする. 点  $(1, 0)$  を  $P_1$  とし,  $P_1$  から  $l$  に下ろした垂線の足を  $Q_1$ ,  $Q_1$  から  $x$  軸に下ろした垂線の足を  $P_2$  とする. 以下同様に  $P_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) から  $l$  に下ろした垂線の足を  $Q_n$ ,  $Q_n$  から  $x$  軸に下ろした垂線の足を  $P_{n+1}$  とする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1)  $\triangle P_1 Q_1 P_2$  の面積  $S_1$  を  $m$  を用いて表せ.

(2)  $\triangle P_n Q_n P_{n+1}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) の面積を  $S_n$  とするとき, 級数  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$  の和  $S$  を  $m$  を用いて表せ.

(3) (2) における  $S$  が最大になる  $m$  と, そのときの  $S$  の値を求めよ.