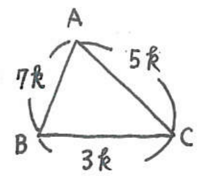
2015年 薬学部 第7問

$\boxed{7}$ △ABCの3つの角 A, B, C に対して，$\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 5 : 7$ であるとき，$\tan A =$ $\boxed{\text{テ}}$ $\dfrac{3\sqrt{3}}{13}$ であり，角 C の大きさをラジアンで求めると $C =$ $\boxed{\text{ト}}$ $\dfrac{2\pi}{3}$ である．

正弦定理より，



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$\therefore\ a = 2R\sin A$, $b = 2R\sin B$, $c = 2R\sin C$

$$\therefore\ a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$$
$$= 3 : 5 : 7$$

よって，$a = 3k$, $b = 5k$, $c = 7k$ （kは正の実数）と表せる

余弦定理より，

$$\cos A = \frac{(5k)^2 + (7k)^2 - (3k)^2}{2\cdot 5k\cdot 7k} = \frac{65}{70} = \frac{13}{14}$$

$\cos^2 A + \sin^2 A = 1$ より，　$\sin^2 A = \dfrac{27}{14^2}$

$0 < A < \pi$ より，$\sin A > 0$ であるから，　$\sin A = \dfrac{3\sqrt{3}}{14}$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{3\sqrt{3}}{14}\cdot\frac{14}{13} = \underline{\frac{3\sqrt{3}}{13}} \ /\!/$$

同様に，

$$\cos C = \frac{(3k)^2 + (5k)^2 - (7k)^2}{2\cdot 3k\cdot 5k} = \frac{-15}{30} = -\frac{1}{2} \qquad \therefore\ \underline{C = \frac{2\pi}{3}} \ /\!/$$