

2016年工・情報・先進工・建築(A)第1問


1 次の にあてはまる数または式を記入せよ。

- (1) $z = \sqrt{-2} \times \sqrt{-3}$, $w = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}$ のとき, $z+w$ の実部は で虚部は である。
- (2) 関数 $f(x) = \cos 2x + \sin x + a$ の最大値が2のとき, 定数 a の値は で, $f(x)$ の最小値は である。
- (3) 4つの数 $\frac{3}{2}$, $\log_2 3$, $\log_4 6$, $\log_4 7$ のうち, 一番小さい数は で, 一番大きい数は である。
- (4) 関数 $f(x) = x^3 - (a+1)x^2 - 15x$ が $x = a$ で極小値をとるとき, 定数 a の値は で, $f(x)$ の極大値は である。

$$(1) z = \sqrt{2}i \cdot \sqrt{3}i = -\sqrt{6}$$

$$w = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}i} \cdot \frac{i}{i} = -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}i = -\sqrt{3}i$$

$$\therefore z+w = -\sqrt{6} - \sqrt{3}i \quad \text{実部は } -\sqrt{6}, \text{ 虚部は } -\sqrt{3} //$$

$$(2) f(x) = 1 - 2\sin^2 x + \sin x + a$$

$$= -2\left(\sin^2 x - \frac{1}{2}\sin x\right) + a + 1$$

$$= -2\left(\sin x - \frac{1}{4}\right)^2 + a + \frac{9}{8}$$

$$\therefore a + \frac{9}{8} = 2 \text{ より, } a = \frac{7}{8} \text{ 最小値は } \sin x = -1 \text{ のとき, } -\frac{9}{8} //$$

$$(3) \frac{3}{2} = \log_2 2^{\frac{3}{2}} = \log_2 \sqrt{8}, \log_2 3 = \log_2 \sqrt{9}, \log_4 6 = \frac{\log_2 6}{\log_2 4} = \log_2 \sqrt{6}, \log_4 7 = \frac{\log_2 7}{\log_2 4} = \log_2 \sqrt{7}$$

$$\log_2 \sqrt{6} < \log_2 \sqrt{7} < \log_2 \sqrt{8} < \log_2 \sqrt{9} \text{ より, 一番小さいのは } \log_4 6, \text{ 一番大きいのは } \log_2 3 //$$

$$(4) f(x) = 3x^2 - 2(a+1)x - 15$$

$$\therefore f'(a) = 0 \text{ より, } 3a^2 - 2(a+1)a - 15 = 0$$

$$a^2 - 2a - 15 = 0$$

$$(a-5)(a+3) = 0$$

$$\therefore a = -3, 5$$

$$(i) a = -3 \text{ のとき } f(x) = (x+3)(3x-5)$$

増減表は右のようになり, $x = -3$ で極大値をとり, 不適

$$(ii) a = 5 \text{ のとき } f(x) = 3(x-5)(x+1)$$

\therefore 増減表は右のようになる

$$(i), (ii) \text{ より, } a = 5, \text{ 極大値は } 8 //$$

x	...	-3	...	$\frac{5}{3}$...
$f(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		↗		↘	

$a = -3$ のときの増減表

x	...	-1	...	5	...
$f(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		↗		↘	

$a = 5$ のときの増減表