

2016年工・情報・先進工・建築(A)第4問



4 曲線  $C: y = ax^2 - 6ax$  ( $x \leq 3$ ) 上の点  $A$  の  $x$  座標は  $2$  である。以下の問いに答えよ。ただし、 $a$  は負の定数とする。

- (1)  $C$  の点  $A$  における接線  $l$  の方程式を求めよ。
- (2) 点  $A$  で  $l$  と垂直に交わる直線  $m$  の方程式を求めよ。
- (3)  $C$  と  $l$  および  $y$  軸で囲まれた部分の面積  $S_1(a)$  を求めよ。
- (4)  $C$  と  $m$  および  $x$  軸で囲まれた部分の面積  $S_2(a)$  を求めよ。

$$(1) y' = 2ax - 6a$$

$$\therefore l \text{ の傾きは } 2a \cdot 2 - 6a = -2a$$

$$l: y = -2a(x-2) + 4a - 12a$$

$$\therefore \underline{l: y = -2ax - 4a} \text{ ,,}$$

$$(2) m \text{ の傾きは } \frac{1}{2a}$$

$$\therefore m: y = \frac{1}{2a}(x-2) + 4a - 12a$$

$$\therefore \underline{m: y = \frac{1}{2a}x - \frac{1}{a} - 8a} \text{ ,,}$$

(3) 右上図より

$$\begin{aligned} S_1(a) &= \int_0^2 -2ax - 4a - (ax^2 - 6ax) dx \\ &= \int_0^2 -a(x-2)^2 dx \\ &= \left[ -\frac{a}{3}(x-2)^3 \right]_0^2 \\ &= \underline{-\frac{8}{3}a} \text{ ,,} \end{aligned}$$

$$(4) S_1(a) + S_2(a) = \begin{array}{c} \square \\ \text{台形} \end{array} + \begin{array}{c} \triangle \\ \text{直角三角形} \end{array}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (-4a - 8a) \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot (2 + 16a^2 - 2) \cdot (-8a)$$

$$= -12a - 64a^3$$

$$\therefore (3) \text{ より, } S_2(a) = -12a - 64a^3 - \left(-\frac{8}{3}a\right)$$

$$= \underline{-64a^3 - \frac{28}{3}a} \text{ ,,}$$

