工学院大学

2016年 工・情報・先進工・建築（A） 第5問

5 曲線 $C : y = \sqrt{2x}$ 上の点 A の x 座標は 4 である．以下の問いに答えよ．

(1) C の点 A における接線 ℓ の方程式を求めよ．

(2) C の点 A における法線 m の方程式を求めよ．

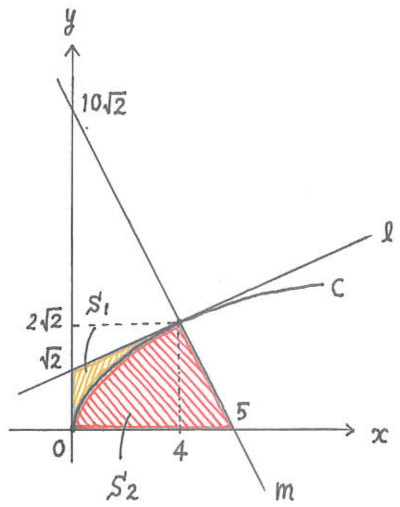
(3) C と ℓ および y 軸で囲まれた部分の面積 S_1 を求めよ．

(4) C と m および x 軸で囲まれた部分の面積を S_2 とするとき，$\dfrac{S_1}{S_2}$ の値を求めよ．

(1) $y = \sqrt{2} \cdot x^{\frac{1}{2}} \quad \therefore y' = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{x}}$

A$(4, 2\sqrt{2})$ であるから，$\ell : y = \dfrac{\sqrt{2}}{4}(x-4) + 2\sqrt{2}$

$\therefore \ \underline{\ell : y = \dfrac{\sqrt{2}}{4}x + \sqrt{2}}$ //



(2) m の傾きは，$-\dfrac{4}{\sqrt{2}} = -2\sqrt{2}$ であるから

$m : y = -2\sqrt{2}(x-4) + 2\sqrt{2}$

$\therefore \ \underline{m : y = -2\sqrt{2}\,x + 10\sqrt{2}}$ //

(3) $S_1 = \displaystyle\int_0^4 \frac{\sqrt{2}}{4}x + \sqrt{2} - \sqrt{2x}\, dx$

$= \left[\dfrac{\sqrt{2}}{8}x^2 + \sqrt{2}x - \dfrac{2\sqrt{2}}{3}x^{\frac{3}{2}} \right]_0^4$

$= 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - \dfrac{16\sqrt{2}}{3}$

$= \underline{\dfrac{2\sqrt{2}}{3}}$ //

(4) $S_2 = \displaystyle\int_0^4 \sqrt{2x}\, dx + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2\sqrt{2}$

$= \left[\dfrac{2\sqrt{2}}{3} x^{\frac{3}{2}} \right]_0^4 + \sqrt{2}$

$= \dfrac{19\sqrt{2}}{3}$

$\therefore \ \dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{\frac{19\sqrt{2}}{3}} = \underline{\dfrac{2}{19}}$ //