

2017年工・情報・先進工・建築(A)第4問

4 3次関数 $f(t) = t^3 + pt^2 + 2t + q$ は、すべての実数 x, y に対して不等式

$$2 \int_0^x f(t) dt \leq \int_0^{x+y} f(t) dt + \int_0^{x-y} f(t) dt \quad \dots\dots (*)$$

を満たす。このとき、以下の問いに答えよ。ただし、 p, q は定数である。

- (1) $\int_0^s f(t) dt$ を s で表せ。
- (2) (*) の右辺から左辺を引いた式を x, y で表せ。ただし、展開した式で答えよ。
- (3) さらに $f(-1) = 0$ を満たすとき、正の整数 p, q の組をすべて求めよ。