



2017年 理学部・医学部 第3問

3 n は正の整数とする. 1から n までの異なる n 個の整数の順列を考える. 以下そのような順列に対して, 直前の数よりも小さい数が並ぶ回数を「下降回数」と呼ぶ. 例えば, $n = 4$ のとき, 1432 では4の次に3, 3の次に2が並んでいるので下降回数は2である. 同様にして 1234, 1324, 4321 の下降回数はそれぞれ 0, 1, 3 である. 下降回数が1である順列の総数を a_n , 下降回数が2である順列の総数を b_n とおく. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) a_4 を求めよ.

(2) $a_n = \sum_{k=0}^n ({}_n C_k - 1)$ であることを示せ.

(3) a_n を求めよ.

(4) $n \geq 2$ のとき, $b_n = \sum_{k=1}^{n-1} {}_n C_k a_{n-k} - \sum_{m=1}^{n-1} (m-1) ({}_n C_m - 1)$ であることを示せ.