

2016年文系第2問

 数理
石井K

2 次の式を複素数の範囲で因数分解しなさい。

(1) $x^4 - 1$ (2) $x^4 + 4x^2 + 16$

$$\begin{aligned}
 (1) \quad x^4 - 1 &= (x^2 - 1)(x^2 + 1) \\
 &= \frac{(x+1)(x-1)(x+i)(x-i)}{\quad} \text{''}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad x^4 + 4x^2 + 16 &= x^4 + 8x^2 + 16 - 4x^2 \\
 &= (x^2 + 4)^2 - (2x)^2 \\
 &= (x^2 + 2x + 4)(x^2 - 2x + 4)
 \end{aligned}$$

 ここで、 $x^2 + 2x + 4 = 0$ と $x^2 - 2x + 4 = 0$ の解はそれぞれ

$$x = -1 \pm \sqrt{3}i, \quad x = 1 \pm \sqrt{3}i$$

であるから

$$\begin{aligned}
 x^4 + 4x^2 + 16 &= \{x - (-1 + \sqrt{3}i)\} \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\} \{x - (1 + \sqrt{3}i)\} \{x - (1 - \sqrt{3}i)\} \\
 &= \frac{(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)(x - 1 - \sqrt{3}i)(x - 1 + \sqrt{3}i)}{\quad} \text{''}
 \end{aligned}$$