2013年 理系1第5問

数理 石井K

5 数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1=1,\quad a_n=-a_{n-1}+(-1)^n 3n \quad (n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$$

で定義されている．

(1) $a_2=$ ア (5)，$a_3=-$ イウ (1 4) である．

(2) $b_n=(-1)^n a_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ とおくと，

$$b_n=b_{n-1}+\boxed{\text{エ}}\,n \quad (n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$$ (エ: 3)

である．

(3) $a_n=(-1)^n b_n=\dfrac{(-1)^n}{\boxed{\text{オ}}}(\boxed{\text{カ}}n^2+\boxed{\text{キ}}n-\boxed{\text{ク}})$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ である．(オ: 2, カ: 3, キ: 3, ク: 8)

(1) $a_2=-a_1+(-1)^2\cdot 3\cdot 2$

$=\underline{5}$ //

$a_3=-a_2+(-1)^3\cdot 3\cdot 3$

$=\underline{-14}$ //

(2) 漸化式の両辺に $(-1)^n$ をかけて．

$$(-1)^n a_n=(-1)^n\cdot(-1)\cdot a_{n-1}+\underbrace{(-1)^{2n}}_{=1}\cdot 3n$$

$$\therefore\ (-1)^n a_n=(-1)^{n-1}\cdot a_{n-1}+3n$$

$$\therefore\ \underline{b_n=b_{n-1}+3n}\ //$$

(3) (2) より．$\{b_n\}$ の階差数列は $b_n-b_{n-1}=3n$ より．$b_{n+1}-b_n=3n+3$

$$\therefore\ b_n=b_1+\sum_{k=1}^{n-1}(3k+3) \qquad (n\geqq 2)$$

$$=-1+3\cdot\frac{1}{2}(n-1)\cdot n+3(n-1)$$

$$=\frac{3}{2}n^2+\frac{3}{2}n-4$$ これは $n=1$ のときも成り立つ

$$\therefore\ a_n=(-1)^n b_n$$

$$=\underline{\frac{(-1)^n}{2}(3n^2+3n-8)}\ //$$