



2017年 理学部・医学部 第2問

2 一般項が $a_n = \sqrt{4^n + 2^{n+1} + 29}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で与えられる数列 $\{a_n\}$ がある. この数列の第 n 項 a_n の値を越えない最大の整数を $[a_n]$ と表す. また, $\langle a_n \rangle = a_n - [a_n]$ とおく. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $[a_1]$, $[a_2]$, および $[a_3]$ のそれぞれの値を求めよ.
- (2) $n \geq 4$ を満たすすべての整数 n に対して, $[a_n] = 2^n + 1$ であることを示せ.
- (3) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \langle a_n \rangle$ を求めよ.
- (4) $\langle a_n \rangle \leq \frac{1}{8}$ を満たす 4 以上の整数 n をすべて求めよ.