



2016年 理学部・医学部 第4問

4 自然数  $n$  と多項式  $f(x)$  に対して、 $a_n = \int_{-1}^1 x^{n-1} f(x) dx$  で与えられる数列  $\{a_n\}$  を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $f(x)$  が2次式で  $a_1 = 0$  のとき、 $a_3 \neq 0$  を示せ。
- (2)  $f(x)$  が2次式で  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 0$ ,  $a_3 = \frac{3}{5}$  のとき、一般項  $a_n$  を求めよ。
- (3)  $f(x)$  を  $k$  次式とする。  $f(x)$  の係数の絶対値のうち最大なものを  $M$  とおくと、任意の自然数  $n$  に対して、 $|a_{2n}| \leq \frac{(k+1)M}{2n+1}$  が成り立つことを示せ。
- (4) 任意の多項式  $f(x)$  に対して  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  が成り立つことを示せ。