



2017年 理学部・医学部 第1問

1 曲線  $C: x^2 + 3y^2 = 4$  と、その上の点  $P(1, 1)$  を考える. 実数  $m$  に対して,  $P$  を通る傾き  $m$  の直線を  $l_m$  とし,  $l_m$  と  $C$  との交点で,  $P$  と異なるものを  $Q_m(a_m, b_m)$  とおく. ただし,  $l_m$  が  $C$  と接する場合には,  $Q_m = P$  と決めることにする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 曲線  $C$  の  $P$  における接線の方程式を求めよ.
- (2)  $Q_m$  の座標  $(a_m, b_m)$  を  $m$  を用いて表せ.
- (3)  $m$  が有理数のとき,  $a_m, b_m$  はともに有理数であることを示せ.
- (4)  $a_m, b_m$  がともに有理数のとき,  $m$  は有理数であることを示せ.