



2018年 理学部・医学部 第1問

1  $f(x) = x^2 + x + 105$  とおく. 数列  $\{a_n\}$  を

$$a_1 = 52, \quad a_{n+1} = f(a_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $x$  が 7 で割ると 3 余るような整数のとき,  $f(x)$  を 7 で割った余りは 5 であることを示せ.
- (2)  $n > 4$  のとき,  $a_n$  は 7 の倍数であることを示せ.
- (3)  $n > 4$  のとき,  $a_n$  を 5 で割ったときの余りを求めよ.
- (4)  $n > 4$  のとき,  $a_{n+1}$  と  $a_n$  の最大公約数は 21 に等しいことを示せ.