



2016年 理学部・医学部 第4問

4 自然数 n と多項式 $f(x)$ に対して、 $a_n = \int_{-1}^1 x^{n-1} f(x) dx$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ が2次式で $a_1 = 0$ のとき、 $a_3 \neq 0$ を示せ。
- (2) $f(x)$ が2次式で $a_1 = 1$, $a_2 = 0$, $a_3 = \frac{3}{5}$ のとき、一般項 a_n を求めよ。
- (3) $f(x)$ を k 次式とする。 $f(x)$ の係数の絶対値のうち最大なものを M とおくと、任意の自然数 n に対して、 $|a_{2n}| \leq \frac{(k+1)M}{2n+1}$ が成り立つことを示せ。
- (4) 任意の多項式 $f(x)$ に対して $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ が成り立つことを示せ。