

2013年医学部第1問

1 2つの行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a-2 & -1 \\ a^2-2a-4 & 2a-6 \end{pmatrix}$ に対して, 以下の各問いに答えよ.

- (1) 行列 $A - kE$ が逆行列をもたないような定数 k の値を求めよ. ただし E は2次の単位行列を表す.
- (2) (1) で求めた k の値を小さい順に α, β とするとき, $\alpha P + \beta Q = A$, $P + Q = E$ を満たす行列 P, Q を求めよ.
- (3) 行列の積 P^2, Q^2, PQ, QP を求めよ.
- (4) 行列 A の n 乗 A^n ($n = 1, 2, \dots$) を求めよ.
- (5) $a > 0$ として, 行列 C を $C = A + B$ と定めるとき, 行列 $C - kE$ が逆行列をもたないような定数 k の値がただ1つしかないという. このような定数 k および a の値を求めよ.
- (6) (5) で求めた k を用いて行列 N を $N = C - kE$ と定めるとき, N^2 を求めよ.
- (7) 行列 C の n 乗 C^n ($n = 1, 2, \dots$) を求めよ.