

2014 年 第 3 問

3 四面体 $OABC$ は, $OA = BC$, $OB = AC$, $OC = AB$ を満たしているとし, $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$ とおく. 三角形 ABC と三角形 OAC の重心をそれぞれ G , H とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1) \overrightarrow{OG} , \overrightarrow{BH} をそれぞれ \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} を用いて表せ.
- (2) 内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ を a , b , c を用いて表せ.
- (3) $OG \perp BH$ であるとき, $a^2 + c^2 = 3b^2$ が成り立つことを示せ.