

2014年薬学部(B前期)第3問

3 実数  $\alpha, \beta$  に対し,  $\alpha, \beta$  の大きい方か等しい方を  $\max\{\alpha, \beta\}$  で表す. 例えば,  $\max\{1, 2\} = 2, \max\{3, 3\} = 3$  である. \*については+, -の1つが入る.

(1)  $0 \leq x \leq 1$  で  $f(x) = \max\left\{x, \frac{1}{2}(1-x)\right\}$  とすると,

$$0 \leq x \leq \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}} \text{ のとき } f(x) = \frac{1}{2}(1-x),$$

$$\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}} < x \leq 1 \text{ のとき } f(x) = x$$

である.

(2)  $0 \leq x \leq 2\pi$  で  $f(x) = \max\{\sin x, \cos x\}$  とすると,

$$\frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}}\pi \leq x \leq \frac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}}\pi \text{ のとき } f(x) = \sin x,$$

それ以外の  $x$  では  $f(x) = \cos x$

である.

(3)  $f(x) = \max\{2x^2 - 3x + a, -x^2 + 5x\}$  とする.

$0 \leq x \leq 1$  で  $f(x) = 2x^2 - 3x + a$  となるのは,  $a \geq \boxed{*メ}$  のときである.

(4)  $a > 0$  とする.  $0 \leq x \leq 1$  で  $f(x) = \max\left\{ax, \frac{1}{2}(1-ax)\right\}$  を考える. このとき,

$$I(a) = \int_0^1 f(x) dx \text{ を計算すると,}$$

$$0 < a \leq \frac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}}\text{ のとき } I(a) = \frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}\left(1 + \frac{\boxed{*ラ}}{\boxed{\text{リ}}}\right)a,$$

$$\frac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}} < a \text{ のとき } I(a) = \frac{\boxed{\text{ル}}}{\boxed{\text{レ}}}\frac{a}{2} + \frac{\boxed{*ロ}}{\boxed{\text{ワヲ}}}\frac{a}{2}$$

である.