0001845454518999

小樽商科大学

2014年 商学部 第2問

$\boxed{2}$ aを正の実数とする．xy平面上の放物線 $y=x^2$ 上に，点 $\mathrm{A}\left(-\frac{1}{a},\ \frac{1}{a^2}\right)$ および点 $\mathrm{B}(2a,\ 4a^2)$ をとる．また点Oを原点とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 直線ABとy軸の交点Cの座標を求めよ．

(2) △OABの面積を$S(a)$とする．aが正の実数全体を動くとき，$S(a)$を最小にするaの値と，そのときの$S(a)$の値を求めよ．

(1) 直線ABは，

$$y=\frac{4a^2-\frac{1}{a^2}}{2a-\left(-\frac{1}{a}\right)}(x-2a)+4a^2$$

これを整理すると，

$$y=\left(2a-\frac{1}{a}\right)x+2$$

$\therefore$ 点C$(0,2)$ //

(2) $$S(a)=\frac{1}{2}\left|\frac{1}{a^2}\cdot 2a-\left(-\frac{1}{a}\right)\cdot 4a^2\right|$$

$$=\left|\frac{1}{a}+2a\right|$$

$a>0$, $b>0$ のとき $\frac{a+b}{2}\geqq\sqrt{ab}$

ポイント
相加平均・相乗平均の関係

等号成立は $a=b$ のとき

$a>0$より，

$$S(a)=2a+\frac{1}{a}\geqq 2\sqrt{2a\cdot\frac{1}{a}}=2\sqrt{2}$$

等号成立は $2a=\frac{1}{a} \iff a^2=\frac{1}{2}$ すなわち $a>0$より $a=\frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき．

$\therefore$ $S(a)$の最小値は $2\sqrt{2}$ $\left(a=\frac{1}{\sqrt{2}}\text{のとき}\right)$ //