旭川医科大学

2017 年 医学部 第 2 問

$\boxed{2}$ a，b，c を実数とする．3 次方程式 $x^3+ax^2+bx+c=0$ の 3 つの解を α，β，γ とする．これらの解は次の 4 つの条件を満たす．

（ i ）$\gamma=-\dfrac{1}{2}$
（ ii ）$|\alpha|=|\beta|=1$
（iii）α の虚部は正である
（iv）複素数平面上の点 A(α)，B(β)，C(γ) は同一直線 L 上にある

このとき，次の問いに答えよ．

(1) a，b，c および α，β の値を求めよ．
(2) 点 P(z) が直線 L 上を動くとき，$w_1=\dfrac{1+4z}{2z}$ で表される点 Q(w_1) の軌跡を複素数平面上に図示せよ．
(3) 動点 R(w_2) は，$\arg\left(\dfrac{\beta-w_2}{\alpha-w_2}\right)=\pm\dfrac{\pi}{2}$ を満たす．
このとき，R(w_2) の軌跡を複素数平面上に図示するとともに，(2) で求めた Q(w_1) との距離 $|w_1-w_2|$ のとりうる値の範囲を求めよ．