



2011年 理工学部 第2問

2 底面の円の半径が 3 cm、高さが 6 cm の直円錐を考える。直円錐の頂点を P、底面の円の中心を Q とし、線分 PQ を 2 : 1 に内分する点を O とする。底面の円の円周を C_1 、O を通り底面と平行な平面が直円錐と交わってできる円の円周を C_2 とする。2 点 A、B がそれぞれ C_1 、 C_2 上を頂点 P から見て左回りに移動している。点 A の速さは 3π cm/秒、点 B の速さは π cm/秒であり、時刻 $t = 0$ において、3 点 P、B、A は一直線上にあるとする。

(1) A の角速度は $\square{\text{コ}}$ π ラジアン / 秒であり、B の角速度は $\frac{\square{\text{サ}}}{\square{\text{シ}}}$ π ラジアン / 秒である。ただし、A の角速度とは、動径 QA が 1 秒間に回転する角の大きさのことであり、B の角速度とは、動径 OB が 1 秒間に回転する角の大きさのことである。

(2) 線分 AB の長さを時刻 t の関数で表すと

$$\sqrt{\square{\text{ス}} - \square{\text{セ}} \cos \frac{\pi}{2} t} \text{ cm}$$

である。

(3) $\cos \angle AOB$ を時刻 t の関数で表すと

$$\frac{\square{\text{ソ}}}{\sqrt{\square{\text{タ}}}} \cos \frac{\pi}{2} t$$

である。

(4) 三角形 AOB の面積を時刻 t の関数で表すと

$$\sqrt{\square{\text{チ}} - \square{\text{ツ}} \cos^2 \frac{\pi}{2} t} \text{ cm}^2$$

である。

(5) 3 点 A、O、B を含む平面を S とする。Q を通り、S と直交する直線を l とし、 l と S の交点を H とする。 $t = \frac{1}{3}$ のとき、線分 QH の長さは

$$\frac{\square{\text{テ}}}{\square{\text{ト}}} \text{ cm}$$

である。