

2017年 理工学部 第5問

5 次の問いに答えよ。

(1)  $\alpha, \beta$  は定数で,  $\alpha > 0, \beta > 0$  とする.  $x$  の3次方程式

$$18x^3 - 6\alpha x + \beta = 0$$

がただ1つの実数解をもつための必要十分条件は  $\beta > \boxed{\text{フ}}$  である.  $\beta = \boxed{\text{フ}}$  のとき, 曲線  $y = 18x^3 - 6\alpha x + \beta$  と  $x$  軸で囲まれる部分の面積を  $\alpha$  を用いて表すと  $\boxed{\text{へ}}$  となる.

(2) 放物線  $C: y = 3x^2$  上の点  $P(-a, 3a^2)$  ( $a > 0$ ) における法線と  $C$  との交点で点  $P$  と異なる点の  $x$  座標を  $X(a)$  とする.  $X(a) = \boxed{\text{ホ}}$  であり,  $a > 0$  における  $X(a)$  の最小値は  $\boxed{\text{マ}}$  である.

次に,  $x_0 > 0$  とし, 点  $Q(x_0, y_0)$  を放物線  $C$  上にない点とする.  $C$  上の点における法線で点  $Q$  を通るものがただ1つであるための必要十分条件は,  $x \geq 0$  で定義された連続関数  $f(x) = \boxed{\text{ミ}}$  に対して,  $y_0 < f(x_0)$  が成り立つことである.