



2014年薬学部第3問

3 実数を成分とする2次の正方行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  に対して,  $T(A) = a + d$ ,  $\Delta(A) = ad - bc$  と定める.

このとき, 次の問いに答えよ. ただし,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  とする.

(1) 等式  $A^2 - T(A)A + \Delta(A)E = O$  が成り立つこと (ハミルトン・ケーリーの定理) を示せ.

(2) 実数を成分とする2次の正方行列  $X, Y$  が  $XY - YX = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  を満たすとし,  $\alpha = T(X)$ ,  $\beta = \Delta(X)$

とおく.

(i)  $X^2Y - YX^2$  を  $\alpha$  を用いて表せ.

(ii)  $(X^2Y - YX^2)^2 = E$ ,  $X^4 + X^2 + E = O$  が成り立つとき,  $\alpha, \beta$  の値を求めよ.