0001520639748999

自治医科大学

2010年 第12問

数理 石井K

$\boxed{12}$ 直線 $y-2x+m=0$（m は実数）と円 $x^2+y^2+2x+6y+6=0$ が相異なる2点で交わるためには，m のとりうる範囲は，$a<m<b$ とならなければならない．$\dfrac{(b-a)^2}{16}$ の値を求めよ．

$y=2x-m$ を $x^2+y^2+2x+6y+6=0$ に代入して

$$x^2+(2x-m)^2+2x+6(2x-m)+6=0$$

$$5x^2-4mx+m^2+2x+12x-6m+6=0$$

$$\therefore 5x^2+2(7-2m)x+m^2-6m+6=0$$

判別式を D とおくと．

$$D/4=(7-2m)^2-5(m^2-6m+6)$$

$$=-m^2+2m+19$$

相異なる2つの実数解をもつので，$-m^2+2m+19>0$

$$\therefore m^2-2m-19<0$$

$$\therefore 1-2\sqrt{5}<m<1+2\sqrt{5}$$

$$\therefore a=1-2\sqrt{5},\ b=1+2\sqrt{5}$$

$$\therefore \frac{(b-a)^2}{16}=\frac{(4\sqrt{5})^2}{16}$$

$$=\frac{16\cdot5}{16}$$

$$=\underline{5}$$ //