

2016年理系第2問

2 $x \geq 1$ の範囲で関数 $f(x) = \frac{\log x}{x}$ を考える。次の各問に答えよ。

- (1) $x \geq 1$ のとき、 $\sqrt{x} \geq \log x$ が成り立つことを示せ。
- (2) (1) を利用して極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x}$ を求めよ。
- (3) $f(x)$ の増減表をかき、極値を求めよ。
- (4) a を 0 以上の定数とする。方程式 $f(x) = a$ の異なる実数解の個数を求めよ。
- (5) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[5]{5}$, $\sqrt[7]{7}$ の大小関係を不等式で表せ。