

2018年理系第1問

1 次の各問に答えよ.

- (1) p, q を定数とする. 2次方程式 $t^2 - pt + q = 0$ が異なる2つの実数解 α, β をもつとする. 点 (α, β) が円 $x^2 + y^2 = 1$ 上にあるとき, q の取り得る値の範囲を求めよ.
- (2) 10本のくじの中に当たりくじが3本入っている. このくじから同時に3本を引くとき, 当たりくじを少なくとも2本引く確率を求めよ.
- (3) 次の方程式を解け.

$$(\log_3 x)^2 + \log_3 x^2 - 3 = 0$$

- (4) 等式 $f(x) = x^2 + x \int_0^1 f(t) dt + 2$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ.
- (5) 次の和を求めよ.

$$3 + 33 + 333 + \cdots + \underbrace{333 \cdots 3}_{n \text{桁}}$$

- (6) 点 O を中心とする半径1の円に内接する三角形 ABC について

$$3\vec{OA} + 4\vec{OB} + 5\vec{OC} = \vec{0}$$

が成り立つとする. このとき, 三角形 ABC の面積を求めよ.

- (7) i を虚数単位とし, 複素数 $z = \cos \theta + i \sin \theta$ (θ は実数) を考える. $z^3 + \frac{1}{z^3}$ を $\cos \theta$ で表せ.
- (8) 次の極限を求めよ.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2^h - 1}{h}$$