2014年 第5問

$\boxed{5}$ 空間の点O，A，Bに対して，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ のなす角を θ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ とする．以下の問いに答えよ．

(1) $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=1$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=\cos\theta$ であるとき，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ のなす角を求めよ．さらに，$\triangle\mathrm{OAB}$ の面積の最大値を求めよ．また，そのときの θ の値を求めよ．

(2) $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=1$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=\cos\theta+2\sin\theta$ であるとき，$\triangle\mathrm{OAB}$ の面積の最大値を求めよ．ただし，そのときの θ の値は求めなくてよい．

(3) $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=\cos\theta$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=1-\cos\theta$ であるとき，$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}|^2$ の最小値を求めよ．ただし，そのときの θ の値は求めなくてよい．