



2014年工学部第4問

 数理
石井K

4 x, y, z は実数で, $x + y + z = 1$, $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ を満たしている. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $xy + yz + zx$ の値を求めよ.
 (2) $xyz = r$ とおく. x, y, z が解となる t を未知数とする 3 次方程式を求めよ.
 (3) r がとり得る値の範囲を求めよ.

$$(1) \quad x^2 + y^2 + z^2 - (x + y + z)^2 = -2(xy + yz + zx) \quad \text{より}$$

$$xy + yz + zx = -\frac{1}{2} \{3 - 1^2\} = \underline{\underline{-1}}$$

(2) (1) と角算と係数との関係から.

$$\underline{\underline{t^3 - t^2 - t - r = 0}}$$

(3) $f(t) = t^3 - t^2 - t$ とおくと.

$$f'(t) = 3t^2 - 2t - 1 = (3t + 1)(t - 1)$$

$$\therefore f'(t) = 0 \text{ とするのは } t = -\frac{1}{3}, 1$$

t	...	$-\frac{1}{3}$...	1	...	
$f'(t)$	+	0	-	0	+	
$f(t)$		\nearrow	$\frac{5}{27}$	\searrow	-1	\nearrow

$\therefore y = f(t)$ と $y = r$ が 3 つの実数解をもつのは

$$\underline{\underline{-1 \leq r \leq \frac{5}{27}}}$$

