



2013年薬学部第3問

3 実数を成分とする行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  は,

$$A^3 - 3A + 2E = O, \quad A \neq -2E \text{ かつ } a + d \neq 2$$

を満たすとする. ただし,  $E$  は単位行列  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $O$  は零行列  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  を表すとする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $A$  は単位行列  $E$  の実数倍ではないことを示せ.
- (2)  $a + d$ ,  $ad - bc$  の値を求めよ.
- (3)  $A$  の逆行列を  $A^{-1}$  として, 自然数  $n$  に対して, 実数  $p_n, q_n$  を等式  $(A^{-1})^n = p_n A + q_n E$  で定める. さらに,  $r_n = q_n - 2p_n$  とするとき, 無限級数  $\sum_{n=1}^{\infty} r_n$  の和を求めよ.