



2014年 理学部・医学部 第4問

4 k は1以上の整数であるとする. 連続した整数が書かれた $2^k - 1$ 枚のカードが1組あり, その中に無作為に選ばれた当たりが一枚だけ含まれているとする. 次のようなルールで当たりのカードにたどりつくことを考える.

- (i) カードのうち, ちょうど真ん中の整数の書かれたカードをひく. それが当たりなら終了する.
- (ii) ハズレならば, 真ん中の整数より大きいカードの組と小さいカードの組に分ける.
- (iii) 当たりのカードの含まれた組を教えてもらい, その組に対して, (i)に戻って繰り返す.

このルールのもとで, ひいたカードの枚数の期待値を E_k とおく. このとき, 次の問いに答えなさい.

- (1) E_1, E_2, E_3, E_4 を求めよ.
- (2) E_{k+1} を E_k を用いて表せ.
- (3) $d_k = E_k - \frac{1}{2^k}(E_k + 1)$ とおくとき, d_k のみたす漸化式を求めよ.
- (4) E_k を求めよ.
- (5) $\lim_{k \rightarrow \infty} (E_k - k)$ を求めよ. ただし, $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{k}{2^k} = 0$ であることを用いてもよい.