



2017年理系第1問

1 原点を O とする座標空間内に3点 $A(a, 0, 0)$, $B(0, b, 0)$, $C(0, 0, c)$ がある。ただし, $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ とする。 $\angle BAC = \theta$ とし, $\triangle ABC$ の面積を S とするとき, 以下の問いに答えよ。

(1) $\cos \theta$, $\sin \theta$ を a , b , c を用いて表せ。

(2) 点 O を中心とする半径 1 の球面上の点を H とする。ベクトル \vec{HA} , \vec{HB} , \vec{HC} がいずれもベクトル \vec{OH} に垂直であるとき,

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 1$$

が成り立つことを示せ。

(3) (2) の条件のもとで $a = 3$ としたとき, 面積 S の最小値とそのときの b , c の値を求めよ。