

2010年医学部第2問

2 $\alpha > 1$ とする. $0 < t < \frac{\pi}{\alpha-1}$ となる t に対して, xy 平面上の点 $P(\cos t, \sin t)$ と点 $Q(\cos \alpha t, \sin \alpha t)$ を通る直線を l_t とする. 次の問いに答えよ.

(1) 直線 l_t の方程式を

$$f(t)x + g(t)y = h(t)$$

とする. $h(t) = -\sin(\alpha-1)t$ のとき, $f(t)$, $g(t)$ を求めよ.

(2) 行列 $\begin{pmatrix} f(t) & g(t) \\ f'(t) & g'(t) \end{pmatrix}$ は逆行列をもつことを示せ.

(3) $x(t)$, $y(t)$ を

$$\begin{pmatrix} f(t) & g(t) \\ f'(t) & g'(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(t) \\ h'(t) \end{pmatrix}$$

を満たすものとし, 点 $R(x(t), y(t))$ が描く曲線を C とする. このとき, 点 R は直線 l_t 上にあり, 曲線 C の点 R における接線は l_t と一致することを示せ.